

# Sekvencijalne mreže

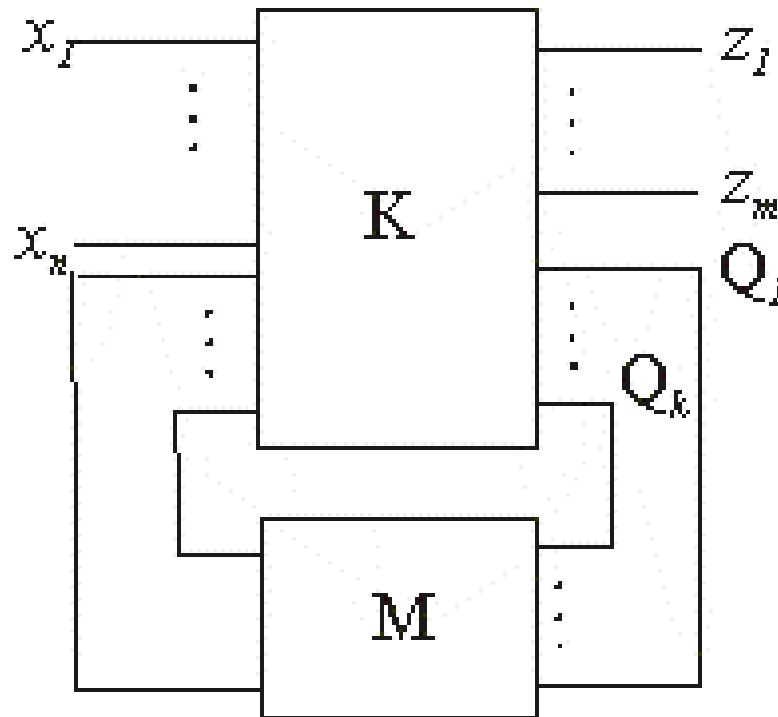
# Sekvencijalne mreže (konačni automati)

- ⊕ Prekidačke mreže kod kojih je stanje na izlazu određeno trenutnim vrednostima ulaznih signala i internim stanjem mreže.
- ⊕ Stanje mreže zavisi od toga koji su signali dovodjeni na ulaz mreže u ranijim vremenskim trenucima.

# Realizacija sekvencijalnih mreža

- Sekvencijalne mreže se realizuju kao kompozicija logičkih i memorijskih elemenata.

# Blok šema sekvencijalne mreže



K – kombinaciona mreža

M – skup memorijskih elemenata koji pamte stanje mreže

# Podela sekvencijalnih mreža

## ✚ Prema trenucima promene stanja

### ▣ Sinhrono (taktovane)

- Promene stanja automata je dozvoljena samo u diskretnim ekvidistantnim vremenskim trenucima
- Promenom stanja automata se upravlja taktnim signalom

### ▣ Asinhrono

- Promene stanja automata se mogu obavljati u proizvoljnim vremenskim trenucima

# Podela sekvencijalnih mreža

## ⊕ Prema načinu funkcionisanja

### ⊞ Milijeve

- Vrednosti izlaznih signala zavise od trenutnih vrednosti ulaznih signala i od trenutnog stanja automata

### ⊞ Murove

- Vrednosti izlaznih signala zavise isključivo od trenutnog stanja automata

⊕ NAPOMENA: Za svaki Milijev konačni automat se može definisati ekvivalentan Murov konačni automat i obrnuto.

# Podela sekvencijalnih mreža

## ✚ Prema broju mogućih novih stanja

### ▣ Determinističke

- Pod dejstvom jedne kombinacije ulaznih signala, iz tekućig stanja  $q_i$  automat može preći u najviše jedno novo stanje.

### ▣ Nedeterminističke

- Pod dejstvom jedne kombinacije ulaznih signala, iz tekućig stanja  $q_i$  automat može preći u više različitih stanja.

## ✚ Veću primenu imaju deterministički konačni automati.

# Princip rada konačnog automata

- ✪ U diskretnim vremenskim intervalima se na ulaz automata dovodi simbol iz konačne azbuke  $A$
- ✪ Na izlazu automata se formira simbol koji pripada konačnoj azbuci  $Z$
- ✪ U svakom trenutku automat se nalazi u jednom od stanja koji pripada konačnom skupu stanja  $Q$
- ✪ Izlazni signal zavisi od trenutnog stanja automata i trenutnog ulaznog simbola
- ✪ Stanje automata se, takodje, menja sa promenom ulaznog signala



# Formalni opis konačnog automata

- Konačni automat se opisuje uredjenom petorkom:

$$M=(A, Z, Q, f_q, f_z)$$

gde je:

$A$  – ulazna azbuka

$Z$  – izlazna azbuka

$Q$  – azbuka stanja

$f_q$  – funkcija stanja ( $f_q : (A \times Q) \rightarrow Q$ )

$f_z$  – funkcija izlaza ( $f_z : (A \times Q) \rightarrow Z$ )

# Načini predstavljanja konačnih automata

- ✚ Pomoću tablica prelaza i izlaza
- ✚ Pomoću grafova
- ✚ Pomoću matrica
- ✚ Funkcijama prelaza i izlaza (tj. pomoću prekidačkih funkcija)

Predstavljanje konačnih automata  
pomoću tablica prelaza i izlaza

# Tablica prelaza

- ☉ Tablica prelaza je tabela kod koje su:
  - ▣ Oznake kolona - stanja konačnog automata
  - ▣ Oznake vrsta – simboli ulazne azbuke
  - ▣ Element na poziciji  $(i,j)$  – stanje u koje se prelazi iz stanja koje odgovara koloni  $j$  kada se na ulazu pojavi simbol koji odgovara vrsti  $i$ .

# Tablica izlaza

- Tablica izlaza je tabela koja ima iste vrste i iste kolone kao tabela prelaza.
- Element tabele izlaza je simbol izlazne azbuke koji se generiše na izlazu kada je automat u stanju koje odgovara koloni  $j$  a na ulazu se pojavi simbol koji odgovara vrsti  $i$ .

# Tablica prelaza/izlaza

- ✚ Umesto tablicama prelaza i izlaza, konačni automat se može predstaviti jedinstvenom tablicom prelaza/izlaza čiji su elementi parovi *novo\_stanje/izlazni\_simbol*.

# Tablice prelaza i izlaza - primer

$$A = \{a, b\}, Z = \{0, 1\}, Q = \{q_1, q_2, q_3\}$$

Tablica prelaza:

A: Q:	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$a$	$q_2$	$q_2$	$q_1$
$b$	$q_2$	$q_3$	$q_2$

Tablica izlaza:

A: Q:	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$a$	0	1	0
$b$	1	0	1

Tablica prelaza/izlaza:

A: Q:	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$a$	$q_2/0$	$q_2/1$	$q_1/0$
$b$	$q_2/1$	$q_3/0$	$q_2/1$

# Predstavljanje Murovog automata

- ✿ Za predstavljanje Murovog automata koristi se **modifikovana tablica prelaza**.
- ✿ Tablica prelaza kojoj je dodata vrsta u koju se upisuju izlazni simboli koji odgovaraju stanju.



# Modifikovana tablica prelaza - primer

$$A=\{a,b\}, Z=\{0,1\}, Q=\{q_1,q_2,q_3\}$$

Modifikovana tablica prelaza:

Z:	0	1	1
A: Q:	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$a$	$q_2$	$q_3$	$q_1$
$b$	$q_3$	$q_2$	$q_3$

# Predstavljanje konačnih automata pomoću grafova

# Predstavljanje Milijevog automata pomoću grafa

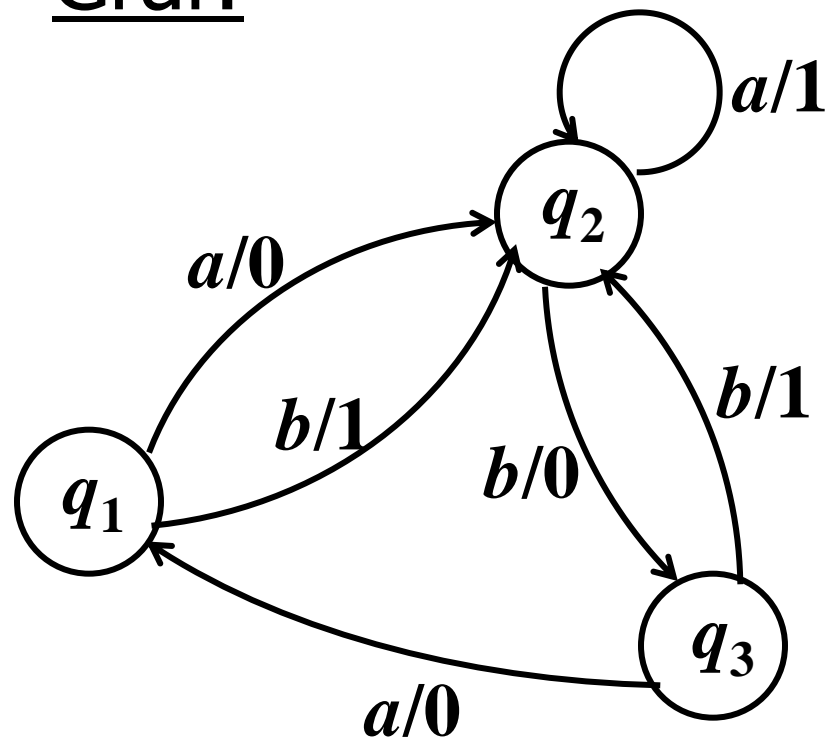
- ✚ Milijev automat se može predstaviti orjentisanim grafom kod koga:
  - ❑ Čvorovi odgovaraju stanjima konačnog automata,
  - ❑ Poteg između čvorova  $q_i$  i  $q_j$  postoji ukoliko u grafu postoji prelaz iz stanja  $q_i$  u stanje  $q_j$ ,
  - ❑ Oznaka potega predstavlja uniju parova *ulazni\_simbol/izlazni\_simbol* takvih da *ulazni\_simbol* prevodi automat iz stanja  $q_i$  u stanje  $q_j$  i pri tome se generiše *izlazni\_signal*.

# Graf Milijevog automata - primer

Tablica prelaza/izlaza:

	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$a$	$q_2/0$	$q_2/1$	$q_1/0$
$b$	$q_2/1$	$q_3/0$	$q_2/1$

Graf:



# Predstavljanje Murovog automata pomoću grafa

- ✚ Kod Murovog automata oznaka stanja je par *stanje\_automata/izlazni\_signal* dok se u oznakama grana nalaze samo ulazni simboli.

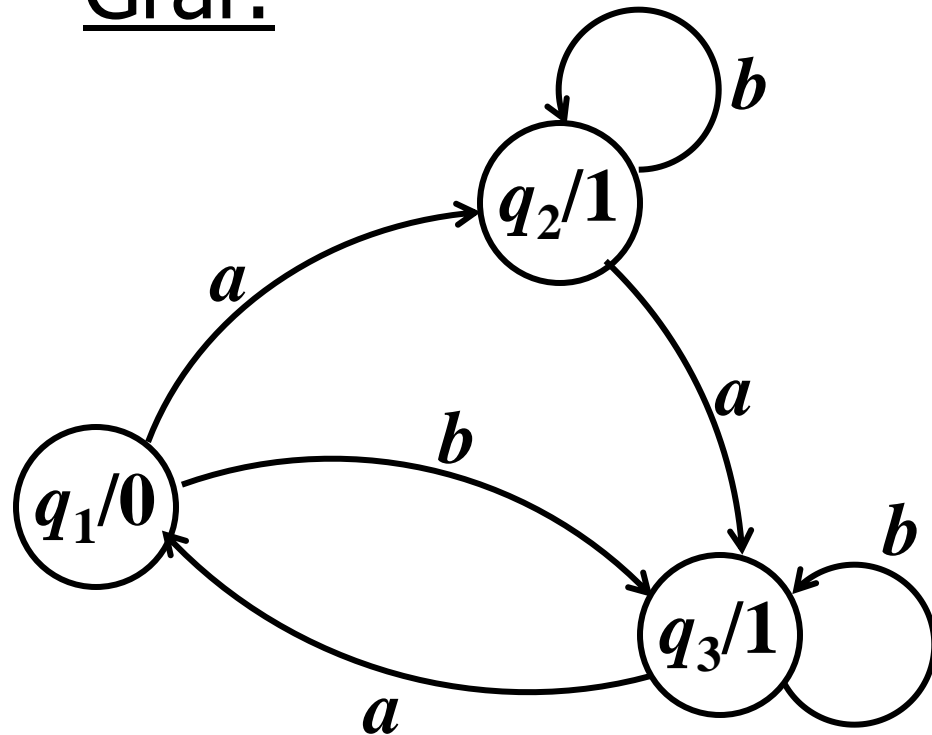
# Graf Murovog automata - primer

Modifikovana tablica

prelaza/izlaza:

Z:	0	1	1
	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$a$	$q_2$	$q_3$	$q_1$
$b$	$q_3$	$q_2$	$q_3$

Graf:



# Predstavljjanje konačnih automata pomoću matrica

# Matrica prelaza prve vrste

- ✚ Matrica prelaza prve vrste (matrica veza) je matrica kod koje:
  - ❏ Broj vrsta i kolona odgovaraju broju stanja konačnog automata
  - ❏ Element na poziciji  $(i,j)$  predstavlja uniju ulaznih simbola koji prevode automat iz stanja  $q_i$  u stanje  $q_j$ .



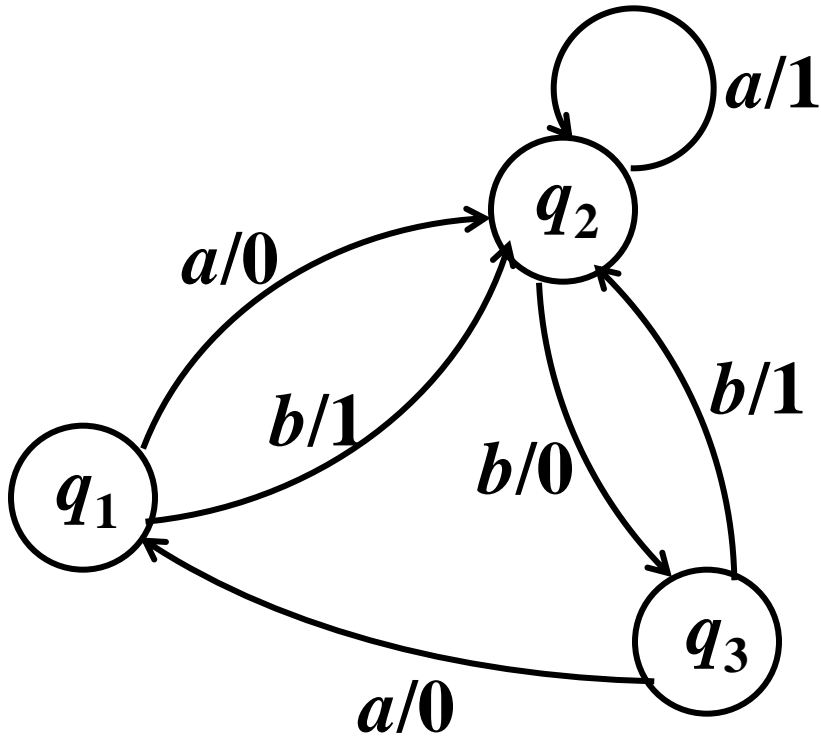
# Matrica prelaza/izlaza prve vrste

✚ Matrica prelaza/izlaza prve vrste ( $M$ ) je matrica kod koje:

- ✚ Broj vrsta i kolona odgovaraju broju stanja konačnog automata
- ✚ Element na poziciji  $(i,j)$  predstavlja uniju parova *ulazni\_simbol/izlazni\_simbol* takvih da *ulazni\_simbol* prevodi automat iz stanja  $q_i$  u stanje  $q_j$  i pri tome se generiše *izlazni\_simbol*.

# Matrica prelaza i matrica prelaza/izlaza prve vrste - primer

Graf:



Matrica prelaza I vrste:

$$\begin{bmatrix} \phi & a+b & \phi \\ \phi & a & b \\ a & b & \phi \end{bmatrix}$$

Matrica prelaza/izlaza I vrste:

$$\begin{bmatrix} \phi & a/0+b/1 & \phi \\ \phi & a/1 & b/0 \\ a/0 & b/1 & \phi \end{bmatrix}$$

# Predstavljanje konačnih automata pomoću prekidačkih funkcija

# Preslikavanje funkcija prelaza i izlaza konačnih automata na prekidačke funkcije

- ✿ Poredjenje 2 definicije konačnih automata:
  - ❑ Simboli azbuke  $A$  se kodiraju binarnim rečima dužine  $n$ .
  - ❑ Simboli azbuke  $Z$  se kodiraju binarnim rečima dužine  $m$ .
  - ❑ Simboli azbuke  $Q$  se kodiraju binarnim rečima dužine  $k$ .
  - ❑ Funkcijama  $f_q$  i  $f_z$  odgovaraju sistemi prekidačkih funkcija  $f$  i  $g$ .

# Predstavljanje konačnih automata pomoću prekidačkih funkcija

✿ Rad konačnog automata se opisuje:

✿ Funkcijama prelaza

$$Q_1(t+1) = g_1(x_1, \dots, x_n, Q_1, \dots, Q_k)$$

⋮

$$Q_m(t+1) = g_m(x_1, \dots, x_n, Q_1, \dots, Q_k)$$

✿ Funkcijama izlaza

• Za Milijev automat:

$$z_1 = f_1(x_1, \dots, x_n, Q_1, \dots, Q_k)$$

⋮

$$z_m = f_m(x_1, \dots, x_n, Q_1, \dots, Q_k)$$

• Za Murov automat:

$$z_1 = f_1(Q_1, \dots, Q_k)$$

⋮

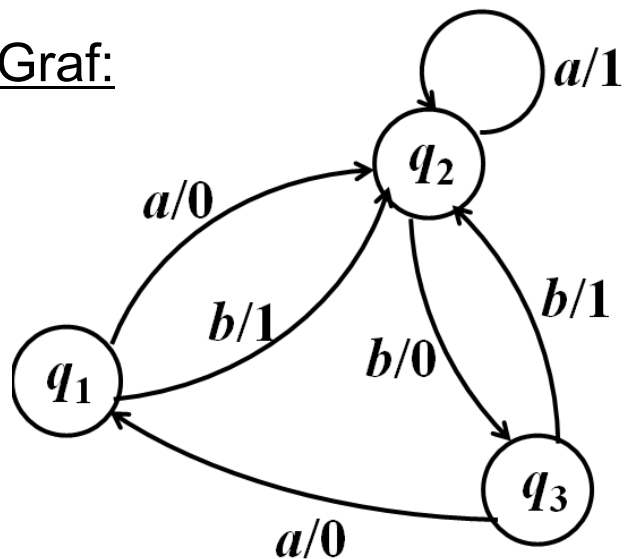
$$z_m = f_m(Q_1, \dots, Q_k)$$

# Predstavljanje konačnih automata pomoću prekidačkih funkcija

- ✪ Za predstavljanje funkcija prelaza i izlaza i izlaza konačnog automata se može koristiti bilo koji način za predstavljanje prekidačkih funkcija:
  - ✪ Tablica istinitosti,
  - ✪ Vektor istinitosti,
  - ✪ Skupovi decimalnih indeksa vektora,
  - ✪ Decimalni indeks funkcije,
  - ✪ Analitičke forme: PKNF, PDNP, PPNF, KP
  - ✪ Karnoove mape,...

# Predstavljanje konačnog automata pomoću prekidačkih funkcija

Graf:



Kodiranje  
ulazne abuke:

simbol	$x$
$a$	0
$b$	1

Kodiranje abuke  
stanja:

Stanje	$Q_1$	$Q_2$
$q_1$	0	0
$q_2$	0	1
$q_3$	1	0

Funkcija prelaza i izlaza:

$x$	$Q_1(t)$	$Q_2(t)$	$Q_1(t+1)$	$Q_2(t+1)$	$y$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	*	*	*
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	*	*	*

# Memorijski elementi



# Elementarni konačni automati

- ⊗ Elementarni končani automat (memorijski element) je Murov konačni automat sa 2 stanja.
- ⊗ Služi za pamćenje jednog bita u računaru.
- ⊗ Nazivaju se još i **bistabilna elektronska kola** ili **flip-flovi**.
- ⊗ Vrste flip-flova:
  - ⊗ RS flip-flop
  - ⊗ D flip-flop
  - ⊗ T flip-flop
  - ⊗ JK flip-flop

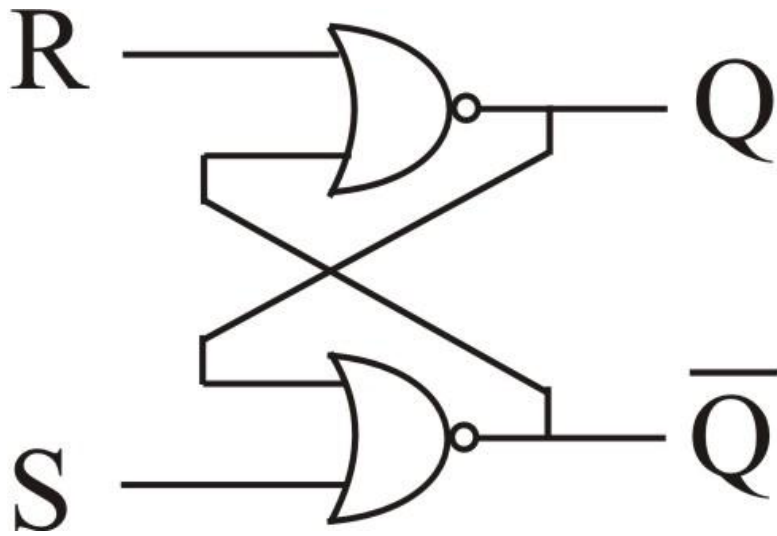
# RS flip-flop

- ❊ Flip-flop sa 2 ulazna priključka:
  - ❊ S (Set) – postavlja stanje automata na 1.
  - ❊ R (Reset) – postavlja stanje automata na 0.
- ❊ Kada su i S i R ulaz postavljeni na 0, stanje automata ostaje nepromenjeno
- ❊ Nije dozvoljeno da S i R ulaz istovremeno budu postavljeni na 1

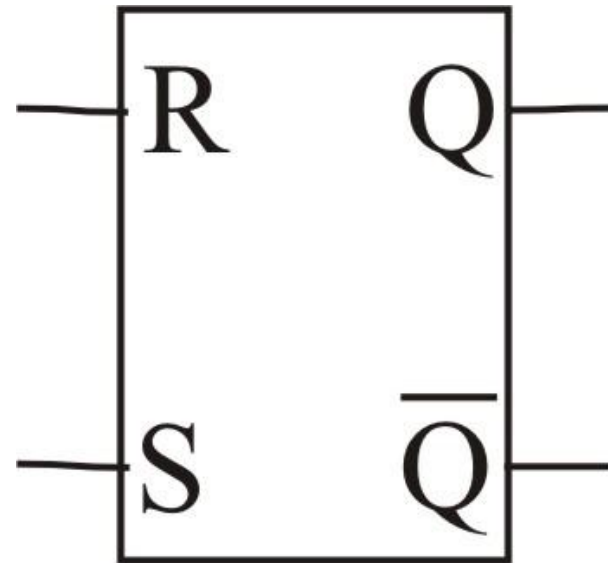
# Tablica istinitosti RS flip-flopa

R	S	Q(t)	Q(t+1)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	*
1	1	1	*

## Realizacija RS flip-flopa pomoću NILI kola

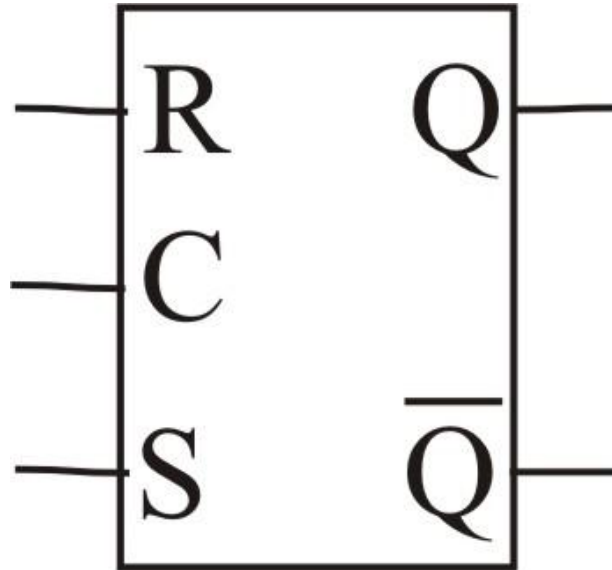


## Grafički simbol RS flip-flopa



# Taktovani RS flip-flop

- Taktovani RS flip-flop ima i treći ulaz (za signal takta)



# D flip-flop

- ✿ D flip-flop ima jedan informacijski ulazni priključak (D).
- ✿ Na izlaz automata se prenosi vrednost ulaznog signala (D)
- ✿ Kod taktovanog D flip-flopa, vrednost izlaznog signala se menja samo kada je takti signal postavljen na 1.
- ✿ Tablica istinitosti taktovanog D flip-flopa:

$D$	$Q(t)$	$C$	$Q(t+1)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

# T flip-flop

- ✿ T flip-flop ima jedan informacijski ulazni priključak (T).
- ✿ Kada je ulazni T priključak postavljen na 1 stanje automata se komplementira.
- ✿ Kada je T ulaz postavljen na 0, stanje automata ostaje nepromenjeno.
- ✿ Tablica istinitosti T flip-flopa:

T	Q(t)	Q(t+1)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# JK flip-flop

- ✦ Flip-flop sa 2 ulazna priključka: J i K
- ✦ J postavlja stanje automata na 1 kada je  $K=0$
- ✦  $K=1$  postavlja stanje automata na 0 kada je  $J=1$
- ✦ Ako je  $J=K=1$  komplementira se stanje automata
- ✦ Ako je  $J=K=0$  zadržava se prethodno stanje automata



# Tablica istinitosti JK flip-flopa

J	K	Q(t)	Q(t+1)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

# Standardni sekvencijalni moduli

# Standardni sekvencijalni moduli

- ✿ Najšire korišćene sekvencijalne prekidačke mreže su registri.
- ✿ Registri služe za privremeno pamćenje operanada i rezultata operacija, za prijem signala sa ulaznih uređaja ili za prenos signala na izlazne uređaje, za brojanje događaja,...
- ✿ Vrste registara:
  - ✦ Registri sa paralelnim upisom i čitanjem,
  - ✦ Registri sa serijskim upisom i čitanjem (pomerački registri),
  - ✦ Brojački registri

# Registri sa paralelnim upisom i čitanjem

- ❖ Registri kod kojih se upis i čitanje vrši istovremeno na svim razredima.
- ❖ Za pamćenje svake cifre u binarnom broju koristi se po jedan flip-flop.
- ❖ Funkcija prelaza jednog razreda data je u tablici istinitosti.

$I_k$  – bit koji se upisuje

C – taktni signal

C	$I_k$	$Q_k(t)$	$Q_k(t+1)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

# Registri sa serijskim upisom i čitanjem (Pomerački registri)

- ☉ Reč se u registar upisuje bit po bit.
- ☉ Zakon funkcionisanja pomeračkog registra koji vrši pomeranje sadržaja u levo:

- ☐  $Q_0 = C \cdot I$

- ☐  $Q_k(t+1) = C \cdot Q_{k-1}(t)$  (za  $k \in [1, n-1]$ )

gde je:

I – bit koji se upisuje

C – taktni signal

# Brojači

- ➊ Registri kod čiji se sadržaj povećava ili smanjuje za 1 pri pojavi taktnog impulsa.
- ➋ Najčešće korišćeni brojači:
  - ▣ Brojači po modulu  $2^n$
  - ▣ Dekadni brojači (brojači po modulu 10)

# Brojači po modulu $2^n$

- Realizuju se kao n razredni registri.
- Funkcije prelaza brojača po modulu 4:

$Q_1(t)$	$Q_0(t)$	C	$Q_1(t+1)$	$Q_0(t+1)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

# Brojači po modulu $2^n$

- dve realizacije brojača po modulu 4:

